

Georgia Institute of Technology

From the Selected Works of Michael H.G. Hoffmann

2000

Die Paradoxie des Lernens und ein semiotischer Ansatz zu ihrer Auflösung

Michael H.G. Hoffmann, *Georgia Institute of Technology - Main Campus*



Available at: https://works.bepress.com/michael_hoffmann/23/

Die Paradoxie des Lernens und ein semiotischer Ansatz zu ihrer Auflösung

Michael Hoffmann, Universität Bielefeld*

Summary. Understanding the process of learning requires an examination of the „paradox of learning“ that was first formulated by Plato and then taken up by Jerry Fodor. This paradox raises the following question: how can the advancement from one level of knowledge to the next be explained if, by definition, the new cognitive level contains elements which can neither be deductively derived from the previous level nor be obtained inductively from experience alone? Fodor criticized Piaget's theory for not being able to solve this paradox. This article shows that Piaget's attempt to counter Fodor's objection by developing a concept of possibility is unconvincing because it is too strongly oriented towards the subject of cognition. A possible solution to this problem, however, can be seen in Peirce's concept of „diagrammatic reasoning“, which permits an understanding of learning as a process. In this process, the learners construct diagrams, which initially enable them to perceive vague possibilities of their own thinking. This is crucial for making these possibilities an object of reflection. Through subsequent experimentation with these diagrams, relations between their components become evident which are different from the relations the learner used in constructing the diagrams.

Zusammenfassung. Den Prozess des Lernens verstehen zu wollen, setzt eine Auseinandersetzung mit der zuerst von Platon und dann von Jerry Fodor formulierten Paradoxie des Lernens voraus, die auf folgende Frage verweist: Wie ist der Übergang zwischen Wissensstufen erklärbar, wenn eine neue kognitive Stufe dadurch definiert ist, dass sie Elemente enthält, die weder deduktiv aus der vorangehenden Stufe ableitbar sind noch allein induktiv aus der Erfahrung gewonnen werden können? Im vorliegenden Artikel wird gezeigt, dass Piagets Versuch, dem Einwand Fodors mit der Entwicklung eines Begriffs der Möglichkeit gerecht zu werden, aufgrund seiner zu starken Orientierung am Erkenntnissubjekt letztlich nicht überzeugen kann. Als eine mögliche Lösung wird dagegen Peirces Konzept „diagrammatischen Denkens“ vorgestellt, das es erlaubt, Lernen als einen Prozess zu verstehen, in dem der Lernende in der Konstruktion von Diagrammen zum einen vage Möglichkeiten seines Denkens überhaupt erst einmal fixiert und damit zum Gegenstand einer Betrachtung machen kann, und ihm zum anderen im Experimentieren mit diesen Diagrammen andere Relationen zwischen dessen Teilen deutlich werden als die in seiner Konstruktion verwandten.

Was ist „Lernen“? Sucht man eine Antwort auf diese wohl grundlegende Frage aller Pädagogik und Didaktik, ist man mit einer Fülle von Definitionen konfrontiert. So wird Lernen beispielsweise im Kontext der Verhaltenspsychologie als die „Veränderung“ individuellen Verhaltens aufgrund von

Erfahrungen definiert (Bresnahan 1977: 388), während in der auf Vygotskij zurückgehenden kulturhistorischen Schule der Psychologie das Moment „gemeinsamer Aktivität“ betont und Lernen als „ein Teilen der Kultur“ durch aktive Partizipation verstanden wird.¹ In neueren „konnektionistischen“ Theorien wiederum, die insbesondere im Bereich der Künstliche-Intelligenz-Forschung formuliert und simuliert wurden, wird Lernen auf der Grundlage von Theorien zu hirnpfysiologischen Vorgängen als Prozess der Veränderung neuronaler Netze bestimmt.² Der Ansatz dagegen, den ich hier verfolgen will, lässt sich mit dem Schlagwort „Lernen als Verallgemeinerung“ umschreiben; er soll anhand der genetischen Epistemologie von Jean Piaget (1896–1980) und der Semiotik von Charles Sanders Peirce (1839–1914) diskutiert werden, aber seine Tradition reicht zurück bis zu Aristoteles und dessen These, dass „man überhaupt nur durch Induktion oder durch Beweis ein Wissen erlangen kann“, und dass es unmöglich sei, „das Allgemeine anders als durch Induktion kennen zu lernen“ (Anal. Post. I 18: 81b 2ff).

1. Platons und Fodors „Paradoxie des Lernens“

Es gibt sicherlich viele Wege, Lernprozesse genauer zu beschreiben. Doch der Erfolg der Bemühung um eine überzeugende Theorie des Lernens hängt meines Erachtens davon ab, wie sich eine solche Theorie gegenüber der sogenannten „Paradoxie des Lernens“ verhält, die erstmals von Platon im Dialog *Menon* formuliert worden ist. Die Frage ist dort, wie man etwas suchen kann, von dem man nicht einmal weiß, was es ist. Die Paradoxie besteht nach den Worten des Sokrates darin, dass, wenn man weiß, was man sucht, man nicht mehr suchen muss, und wenn man es nicht weiß, man auch nicht wissen kann, was man suchen soll (Platon, *Men.*: 80d,e). Das Problem ist dabei erstens, dass man gewöhnlich von seinem Nichtwissen gar nichts weiß und insofern kein Motiv hat, nach Wissen zu suchen, und zweitens, dass auch wenn einem sein Nichtwissen von etwas bewusst wird, man nie wissen kann, was man suchen soll und wann man es gefunden hat. Wie also kann man vom Nichtwissen zum Wissen gelangen?

Platon geht davon aus, dass das erste Problem nur im sozialen Rahmen gelöst werden kann. Gerade in seinen frühen Dialogen präsentiert er in Sokrates den Typ eines Philosophen, dessen einzige Aufgabe zu sein scheint, seinen Mitmenschen ständig ihr Nichtwissen vor Augen zu führen und ihnen ihr Scheinwissen bewusst zu machen. Für Menon ist er wie ein Zitterrochen, dessen Stromschlag einen lähmt und in vollständige Verwirrung bringt. Doch dieser Schock, der in der Erfahrung des eigenen Nichtwissens liegt, dieses Staunen ist nach den Worten des Sokrates im *Theaitetos* der einzig mögliche „Anfang der Philosophie“ (Platon, *Tht.*: 155d). „Philosophie“ heißt ja wörtlich ‚Streben nach Einsicht‘; Streben und Suchen kann man aber nur, wenn man „weiß, dass man nichts weiß“, wie das dem Sokrates zuge dachte Ehrenprädikat lautet (vgl. ebd.: 210bff).

Das zweite Problem neben dem Motivationsproblem ist ernster: Wie kommt man vom Nichtwissen zum Wissen? Das ist die Frage, die mich hier interessiert. Platon geht offenbar davon aus, dass es schlicht unmög-

lich ist, Wissen aus Nichtwissen zu generieren. Der Kern seiner sogenannten Anamnesislehre ist, dass Wissen schon präformiert sein muss. Die „Seele“ des Menschen muss vor ihrer Geburt die Ideen „geschaut“ haben, so dass sogenanntes Lernen nichts anderes als „Wiedererinnerung“ ist. Unabhängig von dieser Lösung des Lernparadoxes kann man sagen, dass Platon hier ein Problem formuliert hat, das bis heute seine Aktualität nicht verloren hat.

Um zunächst das Problem noch klarer in den Blick zu bekommen, sei auf einen wichtigen Unterschied zwischen der platonischen Paradoxie des Lernens und späteren Fassungen hingewiesen: Für Platon ist die Dichotomie von Wissen und Nichtwissen an die Gegenstände gebunden, die zu wissen sind. Erkenntnisgegenstände sind für ihn primär die „Ideen“, wahres Wissen ist immer das Wissen vom Wesen der Dinge. Demgegenüber haben wir es seit der kopernikanischen Wende Kants primär mit dem Problem der **E r k e n n t n i s m i t t e l** zu tun. Die Wende auf die erkenntnis-konstituierenden Leistungen des epistemischen Subjektes rückt die Frage ins Zentrum, welches die **B e d i n g u n g e n** der Möglichkeit von Erkenntnis sind. In der Anwendung auf das Problem des Lernens bedeutet dies, dass das platonische Paradoxon nun so gefasst werden kann, wie Jerry Fodor (1980) das gegenüber der Entwicklungstheorie Piagets tut: Wie kann mit den auf einer bestimmten Entwicklungsstufe zur Verfügung stehenden kognitiven Mitteln eine stärkere kognitive Struktur gebildet werden, die dadurch definiert ist, dass sie Elemente enthält, die weder deduktiv aus der vorangehenden Stufe ableitbar sind noch allein induktiv aus der Erfahrung gewonnen werden können? Bereiter fasst das Paradox des Lernens im Anschluss daran in dem Satz:

„Wenn jemand versucht, Lernen mittels mentaler Aktivitäten auf seiten des Lernenden zu erklären, dann ist es notwendig, dem Lernenden eine bereits vorher gegebene kognitive Struktur zuzusprechen, die so entwickelt oder komplex ist wie diejenige, die erst erworben werden soll“ (Bereiter 1985: 202).

2. Piagets Konzept der Verallgemeinerung kognitiver Strukturen

Weimer (1973) hat die These vertreten, dass anfangend mit Platon bis in die Gegenwart hinein sich zwei grundsätzlich zu unterscheidende Lösungsansätze zu dieser nun weiter zu fassenden Paradoxie des Lernens gegenüberstehen³: Da sind zum einen Autoren, für die allgemeine Strukturen „vor aller Erfahrung“ gegeben sein müssen, wie für Platon das Wissen der Ideen, und zum anderen diejenigen, die mit Aristoteles, dem schärfsten Kritiker der platonischen Ideenlehre, davon ausgehen, dass Lernen und Erkenntnisentwicklung auf „Verallgemeinerung“ beruht und als „Abstraktion“ von allgemeinen Eigenschaften aus empirisch fassbaren Gegenständen zu bestimmen ist. Die These Platons hat in Noam Chomsky einen wichtigen Nachfolger in der Gegenwart gefunden, der dem platonischen Ansatz insoweit folgt, als er in bezug auf die Möglichkeit des Spracherwerbs davon ausgeht,

„dass es einen festgelegten, genetisch bestimmten Anfangszustand des Geistes gibt, welcher der Spezies mit höchst geringfügiger Variation (abgesehen von pathologischen

Fällen) gemeinsam ist. Unter den durch die Erfahrung gegebenen Bedingungen durchläuft der Geist eine Folge von Zuständen und erreicht schließlich zu einem relativ festgelegten Zeitpunkt einen ‚stabilen Zustand‘, der dann nur noch nebensächliche Veränderungen erfährt. Die grundlegende Eigenschaft dieses Anfangszustandes besteht darin, dass er sich bei gegebenen Erfahrungsdaten zum stabilen Zustand entwickelt“ (Chomsky 1980 = 1981: 189).

Auf der anderen Seite ist es vor allem Jean Piaget, der das aristotelische Projekt insofern weitergeführt hat, als er Lernen und Entwicklung als Prozesse der Verallgemeinerung zu fassen versucht. Piaget hat zeit seines Lebens die Annahme angeborener Strukturen bekämpft. Seine „konstruktivistische Epistemologie“ lässt sich durch zwei zentrale Ansätze charakterisieren: Zum einen geht Piaget davon aus, dass ein Übergang zwischen unterscheidbaren kognitiven Stadien durch „Äquilibrationsprozesse“ möglich ist, d.h. durch die Bemühung um ein Gleichgewicht zwischen kognitiven Möglichkeiten und einer gegenüber diesen „widerständigen“ Realität (vgl. z.B. Piaget 1975 = 1976). Zum anderen bestimmt er „die ganze Entwicklung der Intelligenz im Durchgang von einer hierarchischen Stufe zur folgenden“ durch sein Konzept der „reflektierenden Abstraktion“ (Piaget in Beth und Piaget 1966: 189): Hier sind es nicht konkrete und wahrnehmbare Gegenstände, die durch kognitive Schemata „assimiliert“ und auf die hin diese Schemata „akkomodiert“ werden, sondern Systeme von Handlungen oder Operationen. Diese werden erstens insofern „reflektiert“, als sich das Kind „eines dieser Akte oder einer dieser Operationen bewusst“ wird und deren mögliche Bedeutung für einen Bereich erkennt, „in dem sie bisher nicht beachtet worden war“, und zweitens insofern, als es

„die bemerkte Aktion [...] auf eine neue Ebene projiziert, z.B. auf die des Denkens im Gegensatz zum praktischen Handeln, oder auf die der abstrakten Systematisierung im Vergleich zum konkreten Denken [...]. Drittens kommt es darauf an, sie in eine neue Struktur zu integrieren, d.h. diese zu konstruieren [...]. Wir haben deshalb vorgeschlagen, diesen sich auf Neukombinationen stützenden Rekonstruktionsprozess, der die Integration einer operatorischen Struktur einer früheren Stufe in eine reichere Struktur höherer Stufe ermöglicht, ‚reflektierende Abstraktion‘ zu nennen (in der physikalischen und psychologischen Bedeutung des Terminus ‚Reflexion‘)“ (Piaget 1967 = 1974: 327f).

Die Kritik Fodors an Piaget betrifft in erster Linie die Frage, *m i t w e l c h e n M i t t e l n* aus einer schwächeren kognitiven Struktur eine stärkere entwickelt werden soll. Sein Argument zeigt, dass die Annahme unhaltbar ist, man könne von einer kognitiven Stufe zur nächsten „durch irgendeine berechenbare Prozedur“ gelangen (Fodor 1980: 155). Wenn man einen Organismus annimmt, der auf Stufe 1 allein über die Aussagenlogik verfügt, und auf Stufe 2 über die Prädikatenlogik mit Quantoren, dann ist es unmöglich, so das Beispiel Fodors, mit dem auf Stufe 1 zur Verfügung stehenden begrifflichen Apparat die Wahrheitsbedingungen eines Ausdrucks wie „ $(\exists x) F_x$ “ ist wahr genau dann, wenn ...“ zu bestimmen (ebd.), weil mit dem Quantor $(\exists x) F_x$ ein Begriff gegeben ist, der mit den Mitteln der ersten Stufe in keiner Weise, auch nicht hypothetisch, erfassbar ist (Fodor 1980: 148). Dieses Argument ist, wie Fodor selbst sagt (ebd.: 259f), letztlich nichts anderes als die Anwendung des schon seit Hume bekannten Induktionsproblems auf den Versuch, Lernen als „berechenbare Prozedur“ zu beschreiben.⁴ Jede Menge von Einzeldaten kann

durch ganz verschiedene Funktionen und Gesetzmäßigkeiten beschrieben werden, die Wahl einer „geeigneten“ Repräsentation ist durch die Daten immer unterdeterminiert (vgl. schon Hempel 1965: 68ff). Und jede mathematische Funktion kann auf unendlich viele verschiedene Weisen fortgesetzt werden, was Goodman bekanntlich als das Problem der Projizierbarkeit von Prädikaten diskutiert hat (vgl. Goodman 1954 = 1988 und Stalker 1994). Es gibt keinen allein logisch legitimierbaren Weg von irgendwelchen Daten zu einer bestimmten allgemeinen Form der Repräsentation dieser Daten. Und insofern kann keine Reflexion auf Aktionen mit Notwendigkeit zu einer **b e s t i m m t e n** allgemeineren kognitiven Struktur führen.

Für Chomsky war genau dieses Induktionsproblem maßgeblich für die Annahme genetisch präformierter Strukturen der Sprache, denn ohne sie schien es ihm unmöglich zu erklären, wie Kinder in verhältnismäßig kurzer Zeit eine hoch entwickelte und komplexe Sprache erwerben, „die durch das fragmentarische Datenmaterial hoffnungslos unterbestimmt ist“ (Chomsky 1978 = 1993: 19; vgl. Chomsky 1980 = 1981: 189). Wenn nun Piaget eine Theorie kognitiver Entwicklung ohne Rückgriff auf angeborene Präformationen anstrebt, ist er naturgemäß viel stärker vom Einwand Fodors und dem Induktionsproblem betroffen. Der Punkt ist aber, dass Lernen und Entwicklung für Piaget nicht Probleme der Logik sind, sondern vielmehr der Erkenntnistheorie, d.h. es geht nicht um die Frage, mit welcher Form des Schließens Transformationen kognitiver Stufen „berechenbar“ sind, sondern es geht um die Frage, wie sich ein Erkenntnissubjekt mit einem Erkenntnisgegenstand kognitiv auseinandersetzt.

Piaget hat bekanntlich die Entwicklung des Kindes als den Übergang zwischen verschiedenen kognitiven „Stadien“ verstanden (vgl. z.B. die Darstellung bei Miller 1993: 45–111), wobei er diesen Übergang als analog zur historischen Entwicklung der Mathematik sieht, die immer in der „Verallgemeinerung“ einer schwächeren Struktur zu einer stärkeren besteht (vgl. seine Bemerkung in Fodor 1980: 150). Gegenüber dem Einwand Fodors, der, wie gesagt, vor allem dieses Verallgemeinerungskonzept kritisiert, das er als der Induktion analog versteht, hat Piaget selbst in der an den Vortrag Fodors anschließenden Diskussion mit der These reagiert, dass jede kognitive Struktur „Möglichkeiten eröffnet“ und dass die vorangehende Struktur bereits etwas von der folgenden „enthaltet“, aber nicht als Struktur, sondern eben als eine **M ö g l i c h k e i t** (ebd.: 150). Piaget meint, es mache einen Unterschied, ob man eine kognitive Struktur als das versteht, was eine Person tun oder konstruieren kann, oder als die Formalisierung dessen (157). Mit den formalen Mitteln einer Stufe Begriffe der nächsten Stufe bestimmen zu können sei etwas anderes als davon auszugehen, dass jede kognitive Operation neue Möglichkeiten eröffnet.

Fodor macht in der Diskussion deutlich, dass nichts gewonnen ist, wenn man sagt, man könne „potentiell“ jeden Begriff erwerben, den man potentiell erwerben könne (151f). Seiner Ansicht nach müssen Begriffe, die in Hypothesen der nächsten Stufe vorkommen, nicht nur potentiell erreichbar sein, sondern **a k t u a l g e n u t z t w e r d e n**, um das Lernen zu ermöglichen. Die Frage ist also, ob Piaget ein Konzept des Möglichen entwickeln könnte, das sich nicht in der banalen Tautologie Fodors erschöpft. Die Überwindung der Paradoxie des Lernens hängt

somit vom Begriff der Möglichkeit ab. Doch wie wäre ein Begriff des Möglichen zu bestimmen, der hier weiterhilft? In Piagets Konzept der „reflektierenden Abstraktion“ ist ein solcher Begriff des Möglichen angedacht, aber er wird nicht eigentlich als theoretisches Konzept entwickelt.

Piagets Behauptung ist, dass sich dem Erkenntnissubjekt in der reflektierenden Abstraktion, d.h. durch Bezugnahme auf seine eigenen Operationen, mit denen es seine Handlungssysteme koordiniert, immer weiter, von einer kognitiven Stufe zur nächsten, neue Möglichkeiten eröffnen:

„Die ‚reflektierende Abstraktion‘, mittels der das Subjekt die Gesetze der Ko-ordination von Handlungen entdeckt, besteht darin, auf eine neue Ebene zu projizieren oder zu reflektieren, was abstrahiert ist von der zu entdeckenden Struktur, es gleichsam zu rekonstituieren, um es zu gebrauchen. Nun ist diese Rekonstruktion ipso facto eine neue Konstruktion, welche die anfängliche Struktur bereichert, weil diese Transposition Operationen voraussetzt, welche, indem sie die anfängliche Struktur von ihrem konkreten Kontext befreien, ein allgemeineres und abstrakteres Model von ihr bereitstellen“ (Beth und Piaget 1966: 282).⁵

Es ist klar, dass dieser Prozess der „Projektion oder Reflexion“ von einer Ebene auf die nächste nicht beliebig ist, sondern notwendig verbleibt „innerhalb des Rahmens von Möglichkeiten, der von derjenigen Struktur bestimmt ist, von welcher die reflektierende Abstraktion ausgeht“ (ebd.: 301; vgl. 204–208). Aber ist damit schon die Frage beantwortet, wie etwas, das die „ärmere“ Struktur „bereichert“, überhaupt vorher schon „möglich“ gewesen sein kann? Was heißt hier „möglich“? Piaget schreibt:

„So eröffnet eine Struktur Möglichkeiten in drei verschiedenen Richtungen. (1) Sie könnte eine Serie interner Konsequenzen enthalten, die nicht unmittelbar wahrgenommen werden; in diesem Fall werden die Operationen des Systems genügen, sie wie auch die neuen Kombinationen der Operationen zu isolieren, die durch das System impliziert sind (zum Beispiel der Übergang von binären zu ternären Operationen usw. in der Aussagenlogik, der als neue Kombinationen die 256 Ternäre einführt usw.). (2) Sie kann zu Transformationen führen durch Modifikation einer der Eigenschaften der Struktur (zum Beispiel die Unterdrückung von Kommutativität). (3) Schließlich könnte sie als Einzelfall in eine größere Struktur integriert werden, wobei sie neue Eigenschaften von dieser vergrößerten Struktur erhält“ (Beth und Piaget 1966: 302).

Piaget sagt selbst, dass diese Möglichkeiten als solche erst „nach dem Ereignis“ erkannt werden können (ebd.), was nichts anderes bedeutet, als dass das Gegebensein solcher „Möglichkeiten“ allein nicht erklären kann, wie mit den Mitteln eines bestimmten kognitiven Stadiums ein nächstes Stadium zu erreichen ist. Für den Möglichkeitsbegriff nach (3) muss die „größere“ Struktur schon gegeben sein, bei (2) bleibt offen, welche Transformationen ein Lernender denn versuchen soll und welche überhaupt legitim sind, und in bezug auf (1) ist nicht ganz klar, was gemeint ist: Wie können implizite Konsequenzen einer kognitiven Struktur sichtbar werden, und wie soll man allein durch Aufhellung ihrer Implikationen von einer Struktur zu einer anderen kommen?

Es scheint so, als hätte Piaget gerade im Anschluss an die Kritik Fodors die Erforschung des Möglichkeitsbegriffes fokussiert. In einem seiner spätesten Werke, das aber offenbar kaum mehr rezipiert wurde, macht er *The Role of Possibility in Cognitive Development* zum Thema. Gleich in den ersten Sätzen wird eine gewisse Wende in seinem Denken deutlich:

„Um unsere konstruktivistische Epistemologie gegenüber nativistischen und empiristischen Positionen zu verteidigen, ist es nicht hinreichend zu zeigen, dass neues Wissen immer das Resultat eines Regulationsprozesses – das heißt von Äquilibration – ist, da immer angenommen werden kann, dass dieser Regulationsprozess selbst angeboren ist (wie im Falle der Homöostase von Organen); oder, alternativ dazu, dass er ein Produkt von Lernerfahrungen unterschiedlicher Komplexität ist. Deshalb haben wir beschlossen, das Problem der Erzeugung neuen Wissens von einem anderen Ausgangspunkt her anzugehen, indem wir uns auf die Entwicklung von Möglichkeiten konzentrieren. Es ist offensichtlich, dass jede Idee oder Handlung, die realisiert wird, vorher als eine Möglichkeit existiert haben muss, und eine Möglichkeit wird, wenn sie erst einmal bedacht ist, im Allgemeinen andere Möglichkeiten erzeugen. Das Problem der Eröffnung neuer Möglichkeiten, so glauben wir, ist deshalb von einigem Interesse für die Epistemologie“ (Piaget 1981 = 1987: 3).

Die ständige Entwicklung neuer Möglichkeitsräume erklärt Piaget dann durch das Zusammenspiel von *p r ä s e n t i e r e n d e n* Handlungs- und Erkenntnis-Schemata (*schèmes présentatifs*), die als allgemeine kognitive Strukturen jeweils ein bestimmtes Verständnis der Welt ermöglichen, und *p r o z e d u r a l e n* Schemata (*schèmes procéduraux*), d.h. jeweils konkret ablaufenden, auf ein Ziel oder die Befriedigung eines Bedürfnisses gerichteten Handlungsabläufen, die in Abhängigkeit vom jeweiligen Kontext ganz verschieden sein können und damit im Gegensatz zu den präsentierenden Schemata schwer zu verallgemeinern sind. Präsentierende Schemata eröffnen einerseits bestimmte Möglichkeiten der Welterkenntnis und limitieren diese gleichzeitig; sie lassen Dinge als *n o t w e n d i g* so und so seiend erscheinen, auch wenn sich solche Notwendigkeiten aus einer späteren Perspektive als „Pseudonotwendigkeiten“ erweisen sollten. Entwicklung – und das heißt hier: die Überschreitung solcher Begrenzung und die Eröffnung neuer Möglichkeitshorizonte – ist für Piaget nun dadurch möglich, dass der Mensch beim Bemühen, Ziele zu erreichen und Bedürfnisse zu befriedigen, immer gezwungen ist, die tatsächlichen oder virtuellen Verwirrungen zu kompensieren, die sich aus der „Widerständigkeit der Realität“ gegenüber Versuchen der Erklärung ergeben; insofern Erklärungsmöglichkeiten immer begrenzt sind durch die Reichweite der jeweils gegebenen präsentierenden Schemata, kommt es eben vor, dass sich diese allgemeinen kognitiven Schemata als unzureichend erweisen. Wenn sich so bei der Anwendung eines präsentierenden Schemas ein Konflikt oder eine „Störung“ in Bezug auf die Wirklichkeit ergibt, dann können durch situativ realisierte prozedurale Schemata diese Störungen partiell überwunden werden. Piaget spricht hier von einem „Kompensations-Mechanismus“:

„Solch ein Kompensations-Mechanismus führt, wenn er erst einmal Subjekte befähigt hat, diese Schwierigkeit (Pseudonotwendigkeit) zu überwinden, diese Subjekte zusätzlich dazu, fast unmittelbar zu bemerken, dass wenn eine Variation möglich ist, andere ebenso möglich sind, angefangen mit den ähnlichsten oder solchen, die entgegengesetzt sind“ (Piaget 1981 = 1987: 6).

Das Ergebnis der Kompensation kann so ein neues präsentierendes Schema sein, das wiederum neue oder veränderte Möglichkeiten des Erkennens und Handelns eröffnet, und so weiter. Damit scheint Piaget eine Antwort auf die Angriffe Fodors gefunden zu haben. Doch wenn wir die Frage stellen, *w i e* eigentlich eine solche Kompensation oder Akkom-

modation kognitiver Strukturen möglich sein kann und woher prozedurale Schemata die Macht haben, Störungen zu überwinden und die Begrenzungen eines präsentierenden Schemas zu übersteigen, dann könnte es sein, dass uns das Fodorsche Argument wieder einholt. Denn entweder sind die prozeduralen Schemata Teil unserer kognitiven Strukturen, dann bleibt immer noch unklar, wie mit den auf einer bestimmten Entwicklungsstufe zur Verfügung stehenden kognitiven Mitteln eine stärkere kognitive Struktur gebildet werden kann, die eben dadurch definiert ist, dass sie darüber hinausgehende Mittel bereitstellt; oder aber die prozeduralen Schemata sind nicht Teil unseres kognitiven Systems, dann stellt sich die Frage, wo sie sonst zu verorten wären. Auf diese Weise bleibt die Paradoxie des Lernens auch durch diese Wendung Piagets letztlich unaufgelöst.

3. Peirces „Diagrammatisierung des Denkens“

In dieser Situation können einige Überlegungen von Peirce weiterhelfen. Peirce geht es – wie Piaget (vgl. z.B. in Fodor 1980: 150) – in der Nachfolge Kants um eine Dynamisierung von dessen Erkenntnistheorie, die vor allem durch die Orientierung an den Evolutionstheorien des 19. Jahrhunderts geprägt ist (vgl. Hausman 1993 und Burks 1997). Mit seinem Konzept der „hypostatischen Abstraktion“ entwickelte er ein Analogon zu Piagets „reflektierender Abstraktion“ (vgl. zu diesem Zusammenhang Otte 1998). Während Piaget jedoch die reflektierende Abstraktion strikt von empirischer Abstraktion trennt und beide auf vollkommen getrennte Gegenstandsbereiche bezieht – auf Operationen der Handlungskoordination versus auf konkret erfahrbare Gegenstände –, geht Peirce von der Untrennbarkeit von Verstandesoperationen und Wahrnehmung aus. So rechnet er Kant einerseits das Verdienst zu, eine klare Unterscheidung zwischen anschaulicher und diskursiver Geistesoperation getroffen zu haben, und kritisiert gleichzeitig dessen zu scharfe Trennung beider:

„Er erlaubte sich in die Gewohnheit zu verfallen zu denken, dass letztere erst beginnt wenn erstere abgeschlossen ist; und ihm entging völlig, dass selbst der simpelste syllogistische Schluss nur dadurch gezogen werden kann, dass die Relationen der Begriffe in den Prämissen und der Konklusion beobachtet werden“ (Peirce 1885: CP 1.35).

Peirces Interesse gilt nicht so sehr der kognitiven Entwicklung des einzelnen, sondern allgemeiner der von Kant erstmalig aufgeworfenen Frage nach der Möglichkeit „synthetischer“, d.h. erkenntniserweiternder Urteile, die er vor allem in bezug auf den Erkenntnisfortschritt in den Wissenschaften zu beantworten sucht (vgl. Peirce 1878: CP 2.690). Den Ausgangspunkt jeder Erkenntnisentwicklung bildet für Peirce jeweils eine konkrete Lebenssituation, oder genauer: der Moment des „Zweifels“, der sich einstellt, wenn jemand mit Gegebenheiten konfrontiert ist, die nicht in das eigene System von Überzeugungen passen. Im Gegensatz zur cartesianischen Attitüde, alles zugleich in Zweifel zu ziehen, geht der Pragmatismus nach Peirce davon aus, dass wir immer schon ein grundsätzliches Ver-

ständnis von der Welt haben, in der wir leben, eine Menge von Überzeugungen, Verhaltensgewohnheiten und Instinkten, die sich bewährt haben, ein „Überzeugungssystem“ also oder ein „Weltbild“, wie man mit Wittgenstein (1969 = 1989) sagen könnte, das zwar grundsätzlich in allen Punkten bezweifelbar ist, aber tatsächlich immer nur partiell bezweifelt wird.⁶

Der Zweifel an der Angemessenheit eines Überzeugungssystems angesichts von Fakten, die als überraschend oder problematisch im Blick auf dieses Überzeugungssystem empfunden werden – Peirce spricht hier von einem Zusammenspiel von „doubt“ und „belief“ (vgl. Peirce 1877) –, bildet eine Motivation für das Lernen. Nach Peirce besteht in dieser Situation des Zweifels ein erster Schritt in der Bildung einer Hypothese, welche das jeweils gegebene Überzeugungssystem so ergänzt oder modifiziert, dass eine Auflösung des Zweifels möglich erscheint. Das Ziel ist die Bildung und Bestätigung einer Hypothese, welche den Zweifel beseitigt und damit zu einem veränderten Überzeugungssystem oder Weltbild führt. Ein Lern- und Verallgemeinerungsprozess kann als vorläufig abgeschlossen gelten, wenn das ursprünglich gegebene Überzeugungssystem so transformiert wurde, dass es als mehr oder weniger stabile Grundlage die Verhaltensweisen des Lernenden bestimmt (vgl. Peirce 1878: CP 2.643).

Peirce stellt diesen Prozess als das Zusammenspiel von Abduktion, Deduktion und Induktion dar. „Abduktion“ ist eine von ihm neu geprägte Form logischen Schließens, mit deren Einführung er einen Aspekt herausstellen will, der traditionell im Konzept der Induktion implizit mitgedacht oder schlicht vernachlässigt ist: den des Findens oder Entwickelns von Hypothesen oder Ideen.⁷ Abduktion und Induktion sind Formen synthetischen Schließens. Im Blick auf ihre Funktion definiert Peirce Abduktion als den Schluss von Fakten auf eine diese erklärende Hypothese und Induktion als den Prozess der Bestätigung von Hypothesen durch Fakten (vgl. Peirce 1901: CP 7.218 sowie Peirce ca. 1905: CP 8.209). Abduktion ist also der Weg vom Einzelnen zum Allgemeinen, von überraschenden Tatsachen zu erklärenden Ideen oder Theorien, Induktion der Weg vom Allgemeinen zu Fakten, um eine Basis für die Wahrscheinlichkeit dieser Ideen und Theorien zu gewinnen. „Abduktion sucht eine Theorie. Induktion sucht Fakten. In der Abduktion legt das Bedenken der Fakten die Hypothese nahe. In der Induktion legt das Studium der Hypothese die Experimente nahe, welche erst die Fakten ans Licht bringen, auf welche die Hypothese verwiesen hatte“ (Peirce 1901: CP 7.218).

Für den späteren Peirce sind Abduktion, Deduktion und Induktion zu unterscheidende, aber insgesamt eine Einheit bildende Schritte im Forschungsprozess:

„Es gibt nicht mehr als drei elementare Arten des Schließens [reasoning]. Die erste, welche ich *Abduktion* nenne [...], besteht in der Untersuchung einer Masse von Fakten und darin, diesen Fakten zu erlauben, eine Theorie nahe zu legen. Auf diese Weise gewinnen wir neue Ideen; aber es gibt keinen Zwang in diesem Schließen. Die zweite Art des Schließens ist *Deduktion* oder notwendiges Schließen. Sie ist allein auf ideale Gegebenheiten anwendbar oder auf Gegebenheiten, insoweit sie einem Ideal konform sein mögen. Sie liefert uns allein einen neuen Aspekt der Prämissen. Sie besteht darin, in Übereinstimmung mit einer allgemeinen Vorschrift [precept] ein Bild oder ein Diagramm zu konstruieren, in diesem Bild bestimmte Relationen zwischen Teilen zu beobachten, die nicht explizit in der Vorschrift niedergelegt sind, und sich selbst zu

überzeugen, dass dieselben Relationen jedes Mal erscheinen, wenn der Vorschrift gefolgt wird. [...] Der dritte Weg des Schließens ist *I n d u k t i o n* oder experimentelle Forschung. Ihr Vorgehen ist dieses: Nachdem Abduktion eine Theorie nahe gelegt hat, setzen wir die *D e d u k t i o n* ein, um von dieser idealen Theorie eine wahllose Vielfalt von Konsequenzen mit dem Ziel abzuleiten, dass wenn wir bestimmte Handlungen durchführen, wir uns mit bestimmten Erfahrungen konfrontiert sehen. Wir gehen dann daran, diese Experimente durchzuführen, und wenn die Voraussagen der Theorien verifiziert sind, haben wir ein verhältnismäßiges Vertrauen, dass die Experimente, die noch durchzuführen bleiben, die Theorie bestätigen werden. Ich sage, dass diese drei die einzigen elementaren Formen des Schließens sind, die es gibt“ (Peirce ca. 1905: CP 8.209).

Im Anschluss an den von Fodor formulierten Einwand gegen die Möglichkeit des Lernens ist die zentrale Frage in bezug auf das Peircesche Modell natürlich: Wie kann die *M ö g l i c h k e i t d e r A b d u k t i o n*, die Bildung von erklärenden Hypothesen garantiert werden? Wenn, wie Fodor behauptet, die zur Hypothesenbildung notwendigen Mittel immer nur im Rahmen des jeweils vorab gegebenen Systems von Ausgangsüberzeugungen bleiben, dann ist nicht einzusehen, wie dieser Rahmen jemals überschritten werden könnte.

Es scheint in der Tat ganz selbstverständlich, dass sich die Modifikation eines Überzeugungssystems immer nur im Rahmen dieses Überzeugungssystems selbst vollziehen kann; denn wie sollte man seine Überzeugungen gleichsam von außerhalb seiner selbst modellieren? Das ist genau die Position Fodors, wenn er sagt, der Übergang von einer kognitiven Stufe zur nächsten kann nur mit den Mitteln vollzogen werden, die bereits auf der Ausgangsstufe gegeben sind. Der Punkt ist nun aber, dass mit dem, was Peirce als „Zeichen“ bestimmt, ein Instrument gegeben ist, das es eben doch möglich macht, das eigene Denken gleichsam von außerhalb seiner selbst zu modellieren: Das Ziel „selbstkontrollierten Denkens“, das für Peirces Konzept der Logik entscheidend ist (vgl. Peirce 1903: CP 1.191), ist für ihn erreichbar durch das, was er die „Diagrammatisierung“ des Denkens nennt:

„Mit diagrammatischem Denken (oder: Schließen [reasoning]) meine ich Denken, welches gemäß einer in allgemeinen Begriffen formulierten Vorschrift ein Diagramm konstruiert, Experimente an diesem Diagramm durchführt, deren Resultate notiert, sich Gewissheit verschafft, dass ähnliche Experimente, die an irgendeinem gemäß derselben Vorschrift konstruierten Diagramm durchgeführt werden, dieselben Resultate haben würden, und dieses in allgemeinen Begriffen zum Ausdruck bringt. Dies war eine Entdeckung von nicht geringer Wichtigkeit, da sie zeigt, dass alles Wissen ohne Ausnahme aus Beobachtung kommt“ (Peirce 1902a: NEM IV 47f; vgl. Peirce 1902c: CP 2.216 sowie Peirce 1906: CP 4.530, 534 und Eisele 1995: 129f).

„In der Logik sind Diagramme seit Aristoteles' Zeiten ständig verwendet worden; und keine schwierige Schlussfolgerung kann ohne sie gezogen werden. Die Algebra hat ihre Formeln, die eine Art von Diagrammen sind. Und wozu sind diese Diagramme gut? Um Experimente mit ihnen anzustellen. Die Ergebnisse dieser Experimente sind oft ganz überraschend. Wer hätte vorher vermutet, dass das Quadrat über der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks gleich der Summe der Quadrate über den Schenkeln wäre? Obwohl in den Axiomen der Geometrie und im Gesetz des Geistes enthalten, ist diese Eigenschaft ebenso geheimnisvoll wie die des Magneten.

Wenn wir ein mathematisches Experiment machen, so ist es der Vernunftprozess in uns, der das Ergebnis liefert. Wenn wir ein chemisches Experiment machen, ist es der von einem verständlichen und daher rationalen Gesetz geschaffene Naturprozess, der

das Ergebnis hervorbringt. Alles Schlussfolgern ist Experimentieren, und alles Experimentieren ist Schlussfolgern. Wenn dem so ist, so ist diese Folgerung für die Philosophie sehr wichtig, nämlich dass es wirklich kein Schlussfolgern gibt, das nicht von der Art eines diagrammatischen oder mathematischen Schlussfolgerns ist. Deshalb dürfen wir keine Konzeptionen zulassen, die keiner Darstellung in diagrammatischer Form zugänglich sind. Ideen, die zu erhaben sind, um in Diagrammen ausgedrückt zu werden, sind für die Zwecke der Philosophie wertloses Zeug“ (Peirce ca. 1890: NATUR 133f).

Die „Veräußerlichung“ oder „Vergegenständlichung“ des Denkens in Diagrammen, wie Peirce es dann vor allem in der logischen Notation seiner sogenannten „existentiellen Graphen“ entwickelt hat⁸, ist der entscheidende Schritt, um im eigenen Denken Möglichkeiten zu entdecken, die vorher verborgen waren. Dieser Schritt lässt sich theoretisch mit Hilfe des Peirceschen Zeichenbegriffes fassen, dessen wesentliches Merkmal in seiner t r i a d i s c h e n Struktur zu sehen ist. Genauer: Ein Zeichen ist ein Relatum in einer dreistelligen Relation, es vermittelt zwischen einem „Objekt“ und einem „Interpretanten“:

„Ein Zeichen, oder R e p r ä s e n t a m e n , ist etwas, das für jemanden in einer gewissen Hinsicht oder Fähigkeit für etwas steht. Es richtet sich an jemanden, d.h. es erzeugt im Bewusstsein jener Person ein äquivalentes oder vielleicht ein weiter entwickeltes Zeichen. Das Zeichen, welches es erzeugt, nenne ich den I n t e r p r e t a n t e n des ersten Zeichens. Das Zeichen steht für etwas, sein O b j e k t . Es steht für das Objekt nicht in jeder Hinsicht, sondern in bezug auf eine Art von Idee, welche ich manchmal das F u n d a m e n t [g r o u n d] des Repräsentamens genannt habe“ (Peirce 1897: CP 2.228; zitiert nach Nagl 1992: 30).

Für Peirce ist erstens entscheidend, dass die B e d e u t u n g eines Zeichens in seinem Interpretanten repräsentiert ist (vgl. Peirce 1906: SEM III 145 und Peirce 1909: PRAG 564), und zweitens, dass die triadische Zeichenrelation nie in sich abgeschlossen vorliegt, sondern notwendig in einen Zeichenprozess eingebunden ist: Zeichen ist nur, was einen Interpretanten hat, der selbst wiederum interpretiert wird, usw. ad infinitum.⁹ Insofern jeder Interpretant damit gleichzeitig Zeichen für einen weiteren Interpretanten ist, kann man sich die Bedeutung als in einer unendlichen Folge oder Differenzierung von Zeichen repräsentiert vorstellen (vgl. im einzelnen zum Beispiel Schönrich 1990: 96–172).

In Bezug auf die Diagrammatisierung des Denkens bedeutet dies, dass jedes Diagramm, das ich zeichne, ein möglicher Interpretant meines Denkens ist, das ich auf diese Weise repräsentieren will, und dass in der Beobachtung des Diagramms wiederum mein Denken ein möglicher Interpretant des Interpretanten meines Denkens ist. Oder anders gesagt: Jede Repräsentation, mit der ich einen Gedanken darstellen will, ist in gewisser Weise eine bestimmte Interpretation dessen, was ich darstellen will, und die Beobachtung dieser Interpretation ist wiederum eine Interpretation.¹⁰

Der entscheidende Punkt ist nun folgender: Jede Repräsentation meines Denkens in einem Diagramm – oder allgemeiner: in einem „Zeichen“, also auch in Sprache, Artefakten oder Handlungen – mag zwar durch mein Denken determiniert sein, aber gleichzeitig ist eine solche Repräsentation nur möglich mit M i t t e l n , die gleichsam „außerhalb“ meiner selbst existieren, derer ich mich notwendig bedienen muss: Es gibt

bestimmte Konventionen oder allgemeine Vorschriften, jedes „Diagrammatisierungssystem“, das benutzt wird, lässt nur bestimmte Operationen an Diagrammen zu, die als erlaubt anerkannt sind (vgl. Peirce 1906, NATUR 321), jede Sprache hat ihre Syntax, und so weiter. Die gewählten Repräsentationsmittel sind nie „privat“, sondern es sind die Instrumente einer Kultur. Dadurch aber, dass jede Repräsentation notwendig durch die Art der verwendeten Repräsentationsmittel mit bestimmt ist, hängt sie nie ausschließlich von den Möglichkeiten meiner individuellen kognitiven Struktur ab. In jeder Vergegenständlichung, in jedem Diagramm, steckt immer mehr, als bewusst im Akt der Konstruktion hineingelegt wurde. Und genau darin kann die entscheidende Funktion der Diagrammatisierung für die Möglichkeit des Lernens gesehen werden: In bezug auf den Mathematiker sagt Peirce, dass jedes Diagramm „ihn mit einem Ikon konfrontiert, durch dessen Beobachtung er andere Relationen zwischen den Teilen des Diagramms aufspürt als diejenigen, die in seiner Konstruktion verwandt wurden“ (Peirce 1901–2/21911: NEM III 749). Durch die Beobachtung seiner Diagramme ist er in der Lage, „zu synthetisieren und Relationen zwischen Elementen aufzuzeigen, die vorher keine notwendige Verbindung zu haben schienen. Die Realitäten zwingen uns, einige Dinge in sehr enge Relation zu setzen, und andere weniger“ (Peirce ca. 1888: CP 1.383).

Blicken wir von hier aus noch einmal auf die von Platon und Fodor formulierte Paradoxie des Lernens zurück, dann können wir die wesentliche Leistung des Peirceschen Konzepts der Diagrammatisierung darin sehen, dass das Problem des Lernens sich von der Frage nach den kognitiven Möglichkeiten eines *S u b j e k t e s* hin zur Frage verschiebt, wie sich Denkmöglichkeiten im Umgang mit *D a r s t e l l u n g e n* ergeben. Wie aber kann man sich solches „diagrammatisches Lernen“ genauer vorstellen? Hierzu ist meines Erachtens eine weitere Überlegung notwendig: Das Paradox des Lernens beruht offenbar wesentlich auf der Vorstellung, dass sich Lernen als „Übergang“ zwischen klar voneinander trennbaren und vollständig beschreibbaren „kognitiven Stufen“ vollzieht. Wenn Fodor als Beispiel für diesen Übergang den Übergang von der Aussagenlogik hin zur Prädikatenlogik mit Quantoren wählt, dann ist vollkommen klar, dass es unmöglich ist, die reichere kognitive Struktur mit Mitteln der ärmeren zu erreichen; genau darin besteht das Paradoxon des Lernens.

Peirce geht von vornherein von einer anderen Vorstellung aus: „Jede Evolution, die wir kennen, bewegt sich vom Vagen zum Bestimmten“, Entwicklung vollzieht sich vom Kontinuierlichen zum Diskreten (Peirce 1898: CP 6.191 = CCL 258). Für das Lernen bedeutet dies, dass der jeweilige Ausgangspunkt nicht als eine klar definierte Struktur von Überzeugungen, gleichsam als Liste von irgendwie vernetzten Sätzen oder als eine Art Computerprogramm anzusehen ist, sondern vielmehr als „absolut undefinierte und unbegrenzte Möglichkeit – ungebundene Möglichkeit“ (Peirce 1898: CP 6.217). Kognitive Entwicklung und Lernen wären damit beschreibbar als ein Prozess, in dem sich Überzeugungen überhaupt erst als solche herausbilden. Dabei versteht Peirce Überzeugungen (beliefs) grundsätzlich als Verhaltensgewohnheiten (habits), die als kontinuierlich veränderbar konzipiert sind (vgl. Peirce 1891: CP 8.67). Während für Platon – und genau in dieser Tradition steht letztlich auch Fodor – die

„Ideen“ oder die klar definierten Begriffe am Anfang jedes Denkens stehen müssen, ergeben sie sich für Peirce erst am Ende eines Prozesses, der vom Vagen zum Bestimmten führt (Peirce 1898: CP 6.192ff = CCL 258f).

Für diesen Prozess hat aber nun die Diagrammatisierung des Denkens eine essentielle Funktion. Jede Darstellung des Denkens ist eine Fixierung des Unbestimmten und Vagen, in die darüber hinaus die schon genannten kulturgebundenen Mittel der Repräsentation eingehen, wie zum Beispiel auf Konvention beruhende Symbole und Regeln ihrer Verwendung. Schon in der Auseinandersetzung mit diesen Mitteln, die für jede Erstellung einer Darstellung unausweichlich ist, ergibt sich eine Schärfung des eigenen Denkens, denn man ist gezwungen, die für den jeweiligen Zweck geeigneten Repräsentationsmittel erst einmal auszuwählen. Diagramme reduzieren außerdem Komplexität, sie stellen Abstraktionen und Generalisierungen dessen dar, was sie repräsentieren, so wie auch eine Landkarte nur dann brauchbar ist, wenn nicht jeder Kieselstein verzeichnet ist.¹¹

Die Bedeutung diagrammatischen Denkens für das Lernen kann also – in einem Wort – darin gesehen werden, dass erstens in der Diagrammatisierung ein kontinuierlicher Prozess der Fixierung und Aktualisierung von Möglichkeiten stattfindet und zweitens durch die Beobachtung des eigenen Denkens in Diagrammen experimentieren mit diesem Denken nach subjektunabhängigen Regeln möglich wird. Um diese Konzeption diagrammatischen Lernens abschließend noch einmal zu veranschaulichen, möchte ich ein Beispiel geben, das auch im Unterricht verwendet werden könnte, um Schülern selbst ein Bewusstsein davon zu vermitteln, wie Lernen funktioniert und wie es als Zeichenprozess beschreibbar ist (vgl. auch den Beitrag von Hoffmann und Plöger in diesem Heft). Es handelt sich – womit wir nicht nur an den Anfang dieser Untersuchung, sondern überhaupt an den Anfang der Pädagogik zurückgehen – um die erste uns bekannte Darstellung einer Mathematikstunde in Platons *Menon*. Anhand der Unterrichtung eines unausgebildeten Knaben will Platon seine oben bereits vorgestellte Anamnesislehre beweisen, doch wie er den Sokrates mit dem Knaben arbeiten lässt, kann genauso oder noch besser die Rolle von Repräsentationen für das Lernen deutlich machen.

Die Frage, die diskutiert wird, lautet: Wenn wir ein Quadrat mit zwei Fuß Seitenlänge und damit einer Fläche von vier „Quadratfuß“ haben, dann wird ein doppelt so großes Quadrat acht Quadratfuß groß sein; wie groß aber ist dessen Seitenlänge? Die in ihren Konsequenzen nicht bedachte erste Idee des Knaben ist zunächst, dass der doppelten Fläche die doppelte Seitenlänge entspricht, so dass seine Antwort „vier Fuß Länge“ lautet (Platon, *Men*: 82b–83a). Was macht Sokrates nun, um dem Knaben die Unangemessenheit seiner ersten Erkenntnis zu verdeutlichen? Er zeichnet ein Diagramm und schafft damit eine Repräsentation dessen, was der Knabe gedacht hat. Im Blick auf diese Darstellung wird nun sofort klar, dass aus der doppelten Seitenlänge nicht die doppelte Fläche, sondern eine viermal so große Fläche wie das Ausgangsquadrat entsteht (vgl. Abbildung 1):

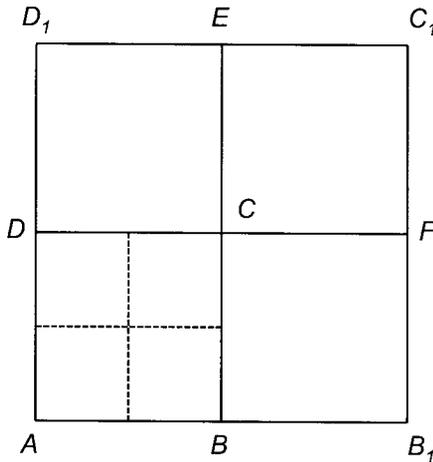


Abb. 1: Wie lässt sich die Fläche des Quadrates $ABCD$ verdoppeln, wenn man wieder ein Quadrat erhalten will? (nach H. Hofmann in Platon, Men.: S. 543).

Das Diagramm ist ein Repräsentationsmittel, welches die Vorstellungen und Überlegungen des Knaben sichtbar macht, gleichsam eine Externalisierung und Vergegenständlichung des Gedachten. Der Punkt ist, dass diese Darstellung offenbar klarer ist als das Denken, das ihm zugrunde liegt, und insofern für den Knaben mehr Information enthält als er bewusst in seine Konstruktion gesteckt hätte. Das Diagramm macht Implikationen der vagen Vorstellungen des Jungen sichtbar, die ihm vorher nicht sichtbar waren. So wird das Zeichen zum Werkzeug der Kontrolle und Steuerung des eigenen Denkens. Und es ermöglicht eine Antwort auf die Ausgangsfrage des Sokrates, denn die Beobachtung des Diagramms und das Experimentieren mit seinen Elementen lässt es zu, plötzlich zu *sehen*, dass man eine Verdoppelung des Ausgangsquadrates dann erreichen kann, wenn jedes der vier oben erzeugten Quadrate durch eine Diagonale so halbiert wird, dass durch die Punkte $DEFB$ das gesuchte Quadrat gebildet ist.

Die Konklusion? Die Paradoxie des Lernens, dass der Sprung vom Nichtwissen zum Wissen nicht erklärt werden kann, weil zur Erreichung eines Wissens schon kognitive Mittel vorausgesetzt werden müssen, die genauso weit entwickelt und komplex sind wie diejenigen, welche im Akt des Lernens erst erworben werden sollen, ergibt sich nur unter einer ganz bestimmten Perspektive: wenn man nämlich erstens Lernen allein als eine Sache des einzelnen Subjektes betrachtet und wie Piaget die für das Lernen notwendigen „Möglichkeiten“ allein in den kognitiven Strukturen dieses Subjektes sucht und wenn man zweitens mit Platon und Fodor kognitive Kompetenzen als klar definierte Strukturen von Überzeugungen begriff, die entweder gegeben sind oder nicht – ohne dass ein Drittes zugelassen wäre.

Das Paradoxon, das so gesehen sicher unüberwindbar ist, löst sich jedoch auf, wenn man die Lernmöglichkeiten nicht nur in den kognitiven

Strukturen eines Subjektes ansiedelt, sondern auch in den beobachtbaren **R e p r ä s e n t a t i o n e n** solcher internen Gegebenheiten. Die Möglichkeiten, für sich Neues zu entdecken, stecken gleichsam in der wechselseitigen **I n t e r p r e t a t i o n** von kognitiven Strukturen und ihren Darstellungen, sei es in Diagrammen, in Sprache oder in sonstigen Artefakten. Der Lernende kann in solchen Darstellungen **m e h r** entdecken, als er selbst bewusst hineingesteckt hat, die Darstellungen sind somit eine Realität für ihn, die ein Stück weit unabhängig von seinen Konstruktionen ist. Der Knabe in Platons Beispiel hätte nie „gedacht“, dass der doppelten Quadratgröße nicht die doppelte Seitenlänge entspricht, aber in dem Moment, in der er sein Denken in einem Diagramm repräsentiert, „sieht“ er sofort, dass dem nicht so sein kann.

Die Möglichkeit des Lernens ergibt sich daraus, dass im Diagramm eine Vielzahl von Vorstellungen, die im Denken des Lernenden nur vage und diffus gegeben waren, notwendig fixiert und strukturiert werden und dass die Beobachtung des Diagramms dazu beiträgt, diese Vorstellungen plötzlich viel klarer und in einem ganz bestimmten Bezug zueinander zu sehen. Im Gegensatz zu Fodor können wir deshalb sagen, dass die entscheidende Leistung einer **s e m i o t i s c h e n** Herangehensweise an das Problem des Lernens darin gesehen werden kann, dass es mittels Repräsentation des Denkens eben doch möglich ist, seine eigenen Überzeugungen gleichsam „von außerhalb seiner selbst“ zu modellieren.

Das Lernen anhand von Repräsentationen, der Umgang mit Veranschaulichungen und die Reflexion auf das, was dabei geschieht, sowie auf die damit verbundenen Probleme, die über das hier Entfaltete hinausgehend noch zu thematisieren wären, sollte deshalb auch Gegenstand der Unterrichtspraxis sein.

Anmerkungen

- * Für die Diskussion früherer Fassungen dieses Aufsatzes sei Michael Otte, Mircea Radu, Falk Seeger, Heinrich Bauersfeld, Marcel Plöger und Sven Horsmann gedankt.
- 1 So Bruner 1986: 127; in bezug auf das Sprachlernen bei kleinen Kindern ist das sehr anschaulich bei Bruner 1983 = 1987 beschrieben; vgl. auch Engeström 1987 = 1999, Bruner 1990 = 1997 und zum Stand der Diskussion Seeger, Voigt und Waschescio 1998.
- 2 Vgl. Elman u.a. 1996, Spitzer 1996; zur Debatte um den Konnektionismus vgl. Goschke 1990 sowie den Überblick bei Bechtel 1994.
- 3 Daneben sei auf eine weitere Klassifikation von vier Lösungsansätzen hingewiesen, die jüngst Prawat 1999 vorgelegt hat: Er unterscheidet „deduktive“ Ansätze in der Tradition von Descartes, Kant und Piaget, „induktive“ Ansätze, die von Bacon bis hin zur „information processing theory“ vertreten wurden, postmoderne sozial konstruktivistische Ansichten (Gergen und Rorty) sowie einen Ansatz – für den er selbst argumentiert –, dem gemäß, ausgehend von Überlegungen von Peirce und Dewey, neue Ideen „durch einen metaphorischen Prozess generiert werden, der als Abduktion bekannt ist“. In diesen Zuordnungen und den entsprechenden Ausführungen bleiben allerdings viele Fragen offen (vgl. auch die im gleichen Zeitschriftenband publizierten Besprechungen dazu). Auf den Peirceschen Begriff der Abduktion gehe ich unten noch genauer ein.

- 4 Vgl. dazu auch die Fortsetzung der Diskussion in Piattelli-Palmarini 1980: 255–261. Die Konzentration Fodors auf „berechenbare Prozeduren“ ist natürlich eine recht verkürzte Interpretation der Piagetschen Konzeption, worauf dieser in der auf den Vortrag Fodors folgenden Diskussion ausdrücklich hinweist (149f). Trotzdem trifft sie sicherlich einen wichtigen Punkt, wenn man bedenkt, wie sehr Piaget daran interessiert war, die Entwicklung kognitiver Fähigkeiten in Analogie zur Geschichte der Mathematik und Logik als eine „notwendige“ plausibel zu machen. Mein Punkt ist vor allem, den Einwand Fodors als eine theoretische Herausforderung für alle am Begriff der Verallgemeinerung orientierten Lerntheorien ernstzunehmen.
- 5 Im Original: „The ‚reflective abstraction‘ by means of which the subject discovers the laws of the co-ordination of actions, consists of projecting or reflecting on to a new plane what is abstracted from the structure to be discovered, so as to reconstitute it in order to use it. Now this reconstruction is *ipso facto* a new construction which enriches the initial structure, for this transposition assumes operations which by freeing the initial structure from its concrete context, provide a more general and abstract model of it“ (Beth und Piaget 1966: 282).
- 6 Vgl. Peirce 1868: CP 5.264f und Peirce 1905: CP 5.416ff sowie Peirce ca. 1906: CP 6.498. In ähnlicher Weise verwendet zum Beispiel Bauersfeld 1983 den Begriff des „subjektiven Erfahrungs-Bereiches“, um den Rahmen zu bezeichnen, von dem aus und innerhalb dessen Lernen immer stattfindet, und vom Hofe 1995 den Begriff der „Grundvorstellung“. So schreibt Bauersfeld 1982: 26, dass Lernprozesse immer auf der Grundlage „von bereits entwickelten Zielvorstellungen, Motiven und Erwartungen sowie von verfügbaren Deutungs- und Handlungsmustern beim Lehrer und bei den Schülern“ ablaufen.
- 7 Eine ausführliche Darstellung der Peirceschen Konzeption der Abduktion habe ich in Hoffmann (1999) vorgelegt (vgl. einführend Hoffmann 1998). Im folgenden wird mit der Konzentration auf die semiotische Dimension ein anderer Weg beschritten. Einen wiederum anders gearteten Versuch, die Paradoxie des Lernens mit dem Begriff der Abduktion zu lösen, hat Prawat 1999 vorgelegt. Er bestimmt Abduktion allein als „metaphorischen Prozess“, in dem „Ideen“ von einem Bereich in einen anderen übertragen werden. Allerdings scheint er davon auszugehen, dass es für die Lösung der Paradoxie nur darum geht, im Unterricht die richtigen Metaphern zu „präsentieren“ und beispielsweise die Geschichte von „Ideen“ zu erzählen (ebd.: 72). Damit wird vollkommen vernachlässigt, dass für Peirce Abduktion in erster Linie ein kreativer Akt ist, der vom Lernenden selbst zu erbringen ist. Wenn es beim Lernen nur darum ginge, etwas „präsentiert“ zu bekommen, gäbe es ohnehin keine „Paradoxie“ des Lernens.
- 8 Vgl. z.B. Roberts 1973 und Ketner 1990.
- 9 Vgl. Peirce 1894: CP 2.302, Peirce 1901–2/1911: CP 2.303 und Peirce 1902: SEM I 390 sowie Peirce ca. 1902: MS 599, CSP 32, CP 1.339, aber auch Peirce 1909: SEM III, 376: „Es muss entweder im Denken oder im Ausdruck eine Erklärung oder ein Argument oder anderen Kontext geben, womit gezeigt wird, wie, nach welchem System oder aus welchem Grund das Zeichen das Objekt oder die Menge von Objekten darstellt, die es darstellt. Nun bilden das Zeichen und die Erklärung zusammen ein weiteres Zeichen, und da die Erklärung ein Zeichen sein wird, so wird sie wahrscheinlich eine zusätzliche Erklärung erfordern, die zusammen mit dem bereits vergrößerten Zeichen ein noch größeres Zeichen bildet. Und indem wir auf dieselbe Weise fortfahren, werden oder sollen wir letztlich ein Zeichen seiner selbst erhalten, das seine eigene Erklärung und die aller seiner bedeutungsvollen Teile enthält, und entsprechend dieser Erklärung hat ein jeder solcher Teil einen anderen Teil zu seinem Objekt.“
- 10 May 1995 hat zurecht darauf hingewiesen, dass Peirces Konzept diagrammatischen Denkens sich gerade dahingehend von neueren Ansätzen der Kognitionswissenschaften, die mit ganz ähnlichen Konzepten arbeiten, unterscheidet, dass hier keine Reduktion allein auf die ikonische Seite von Diagrammen vollzogen wird. Die in Diagrammen eingebaute Logik kann nicht unmittelbar und unvermittelt einfach „gesehen“ werden, sie bedarf der Interpretation, die sie als in bestimmter Weise „intendiert“ verständlich macht. Die in allein für sich betrachteten

Diagrammen steckende Ambivalenz kann nur überwunden werden, wenn man sie, wie Peirce sagt, als Interpretanten von Symbolen wahrnimmt, so „wie Euklid zum Beispiel zuerst in allgemeinen Begriffen den Satz formuliert, den er zu beweisen beabsichtigt, und dann dazu übergeht, ein Diagramm, für gewöhnlich eine Figur, zu zeichnen, um die zugrunde liegende Voraussetzung anschaulich zu machen“ (Peirce 1906, NATUR 321). Das Diagramm wird erst dann zur Grundlage des Schließens – im Gegensatz zum bloßen Abarbeiten eines Algorithmus oder dem blinden Folgen einer Faustregel –, wenn „das ikonische Diagramm und sein anfänglicher symbolischer Interpretant zusammengekommen“ werden (ebd.). Im Beitrag von Hoffmann und Plöger (in diesem Heft) wird dieser Zusammenhang als die notwendige Komplementarität von anschaulichen und formalen Repräsentationsformen diskutiert.

- 11 Vgl. zu dieser für den Repräsentationsbegriff interessanten Metapher der „Landkarte“ Seeger 1998: 331–334. *The Power of Maps* als Repräsentationen akkumulierten Denkens und Arbeitens der Vergangenheit sowie kultureller und sozialer Interessen beschreibt Wood 1992. Das Problem der „Generalisierung in der Kartographie“ diskutiert Aust 1998. Wie sehr Karten immer auch „grandiose Projektionsfläche(n) menschlicher Ein-Bildungskraft“ sein können, verdeutlicht sehr anschaulich Warnke 1998 an der mittelalterlichen Ebstorfer Weltkarte (siehe Schmauks und Nöth 1998).

Literatur

- Aust, Bruno (1998), „Generalisierung in der Kartographie“. *Zeitschrift für Semiotik* 20: 73–90.
- Bauersfeld, Heinrich (1982), „Analysen zur Kommunikation im Mathematikunterricht und in darauf bezogenen Situationen“. In: H. Bauersfeld u.a. (eds.), *Analysen zum Unterrichtshandeln*. Köln: Aulis: 1–40.
- Bauersfeld, Heinrich (1983), „Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens“. In: H. Bauersfeld u.a. (eds.), *Lernen und Lehren von Mathematik. Analysen zum Unterrichtshandeln II*. Köln: Aulis: 1–56.
- Bechtel, William (1994), Artikel „Connectionism“. In: Samuel Guttenplan (ed.), *A Companion to the Philosophy of Mind*. Oxford u.a.: Blackwell: 200–210.
- Bereiter, Carl (1985), „Towards a Solution of the Learning Paradox“. *Review of Educational Research* 55: 201–226.
- Beth, Evert W. und Jean Piaget (1966), *Mathematical Epistemology and Psychology (Epistémologie Mathématique et Psychologie)*. Dordrecht: Reidel.
- Bresnahan, Jean L. (1977), „Learning Theories“. In: Benjamin B. Wolman (ed.), *International Encyclopedia of Psychiatry, Psychology, Psychoanalysis, and Neurology*. Bd. 6. New York: Aesculapius Publications. Van Nostrand Reinhold: 388–389.
- Bruner, Jerome (1983), *Child's Talk: Learning to Use Language*. New York: Norton. Deutsch von U. Aeschbacher: *Wie das Kind sprechen lernt*. Bern u.a.: Huber 1987.
- Bruner, Jerome (1986), *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge MA und London: Harvard University Press.
- Bruner, Jerome (1990), *Acts of Meaning*. Cambridge MA: Harvard University Press. Deutsch von W. K. Köck: *Sinn, Kultur und Ich-Identität*. Heidelberg: Carl-Auer-Systeme 1997.
- Burks, Arthur W. (1997), „Logic, Learning, and Creativity in Evolution“. In: Nathan Houser, Don D. Roberts und James van Evra (eds.), *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. Bloomington und Indianapolis: Indiana University Press: 497–534.

- Chomsky, Noam (1978), *Reflections on Language*. London: Temple Smith u.a. Deutsch von G. Meggle und M. Ulkan: *Reflexionen über die Sprache*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1993.
- Chomsky, Noam (1980), *Rules and Representations*. Oxford: Blackwell. Deutsch von H. Leuninger: *Regeln und Repräsentationen*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1981.
- Eisele, Carolyn (1995), „Charles S. Peirce, Mathematician“. In: Kenneth Laine Ketner (ed.), *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. New York: Fordham University Press: 120–131.
- Elman, Jeffrey L., Elizabeth A. Bates, Mark H. Johnson, Annette Karmiloff-Smith, Domenico Parisi und Kim Plunkett (1996), *Rethinking Innateness. A Connectionist Perspective on Development*. Cambridge MA u.a.: MIT Press.
- Engeström, Yrjö (1987), *Learning by Expanding. An Activity-Theoretical Approach to Developmental Research*. Helsinki: Orienta-Konsultit Oy. Deutsch von F. Seeger: *Lernen durch Expansion*. Marburg: BdWi-Verlag 1999.
- Fodor, Jerry (1980), „Fixation of Belief and Concept Acquisition“. In: Massimo Piattelli-Palmarini (ed.), *Language and Learning. The Debate between Jean Piaget and Noam Chomsky*. Cambridge MA: Harvard University Press: 142–162.
- Goodman, Nelson (1954), *Fact, Fiction, and Forecast*. Cambridge MA und London: Harvard University Press. Deutsch von H. Vetter: *Tatsache, Fiktion, Voraussage*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1988.
- Goschke, Thomas (1990), „Wissen ohne Symbole? Das Programm des Neuen Konnektionismus“. *Zeitschrift für Semiotik* 12: 25–46.
- Hausman, Carl R. (1993), *Charles S. Peirce's Evolutionary Philosophy*. New York: Cambridge University Press.
- Hempel, Carl Gustav (1965), *Aspects of Scientific Explanation and other Essays in the Philosophy of Science*. New York: The Free Press.
- Hoffmann, Michael (1998), „Erkenntnistheoretische Grundlagen des Lernens: Lernen als Verallgemeinerung“. In: Michael Neubrand (ed.), *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 32. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 2. bis 6. März 1998 in München*. Hildesheim: Franzbecker: 311–314. Erweiterte Fassung online verfügbar: <http://www.uni-bielefeld.de/idm/personen/mhoffman/papers/GDM.html>.
- Hoffmann, Michael (1999), „Problems with Peirce's Concept of Abduction“. *Foundations of Science* 4,3: 271–305 (Scientific Discovery and Creativity: Methodological Approaches. Ed. Joke Meheus und Tom Nickles).
- Ketner, Kenneth Laine (1990), *Elements of Logic. An Introduction to Peirce's Existential Graphs*. 2. Auflage Lubbock: Arisbe Associates.
- May, Michael (1995), „Diagrammatisches Denken: Zur Deutung logischer Diagramme als Vorstellungsschemata bei Lakoff und Peirce“. *Zeitschrift für Semiotik* 17: 285–305.
- Miller, Patricia (1993), *Theorien der Entwicklungspsychologie*. Deutsch von A. Hildebrandt-Essig. Heidelberg, Berlin und Oxford: Spektrum Akademischer Verlag.
- Nagl, Ludwig (1992), *Charles Sanders Peirce*. Frankfurt a.M. und New York: Campus.
- Otte, Michael (1998), „Limits of Constructivism: Kant, Piaget, and Peirce“. *Science and Education* 7: 425–450.
- Peirce, Charles Sanders (1877), „The Fixation of Belief“. In (siehe unten): EP 1, 109–123; W 3, 242–257; CP 5.358–387; PRAG 149–181.
- Peirce, Charles Sanders (CP), *Collected Papers*. Bd. I-VI herausgegeben von Charles Hartshorne und Paul Weiss, 1931–1935, Bd. VII–VIII von Arthur W. Burks, 1958. Cambridge MA: Harvard University Press (zitiert nach Band und Paragraphen).
- Peirce, Charles Sanders (CCL), „The Cambridge Conferences Lectures of 1898“. In: Kenneth L. Ketner (ed.), *Charles S. Peirce, Reasoning and the Logic of Things*. Cambridge MA und London: Harvard University Press 1992.
- Peirce, Charles Sanders (EP), *The Essential Peirce. Selected Philosophical Writings*. Bd. 1 (1867–1893), Bd. 2 (1893–1913). Bloomington und Indianapolis: Indiana University Press 1992 und 1998.
- Peirce, Charles Sanders (MS), *The Charles S. Peirce Papers. Manuscript Collection in the Houghton Library, Harvard University*. Verfügbar in der Peirce Microfilm Edition. Pagination: CSP = Peirce / ISP = Institute for Studies in Pragmaticism.

- Peirce, Charles Sanders (NATUR), *Naturordnung und Zeichenprozeß. Schriften über Semiotik und Naturphilosophie*. Herausgegeben und eingeleitet von Helmut Pape. Deutsch von B. Kienzle. Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1988. 2. Auflage 1991.
- Peirce, (NEM), *The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce*. 4 Bde. Herausgegeben und eingeleitet von Carolyn Eisele. Den Haag und Paris: Mouton sowie Atlantic Highlands NJ: Humanities Press 1976.
- Peirce (PHÂN), *Charles S. Peirce, Phänomen und Logik der Zeichen*. Herausgegeben, eingeleitet und übersetzt von Helmut Pape. Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1983. 2. Auflage 1993.
- Peirce (PRAG), *Charles S. Peirce, Schriften zum Pragmatismus und Pragmatizismus*. Herausgegeben von Karl-Otto Apel. Deutsch von G. Wartenberg. Frankfurt a.M.: Suhrkamp. 2. Auflage 1991.
- Peirce (SEM), *Charles S. Peirce, Semiotische Schriften*. 3 Bde. Herausgegeben und übersetzt von Christian Kloesel und Helmut Pape. Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1986–1994.
- Peirce (W), *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition*. Bd. 1ff. Herausgegeben vom Peirce Edition Project, Indianapolis. Bloomington: Indiana University Press 1982 ff.
- Piaget, Jean (1967), *Biologie et connaissance*. Paris: Gallimard. Deutsch von A. Geyer: *Biologie und Erkenntnis. Über die Beziehungen zwischen organischen Regulationen und kognitiven Prozessen*. Frankfurt a.M.: Fischer 1974.
- Piaget, Jean (1975), *L'équilibration des structures cognitives*. Paris: Presses Universitaires de France. Deutsch von L. Bernard: *Die Äquilibration der kognitiven Strukturen*. Stuttgart: Klett 1976.
- Piaget, Jean (1981), *Le possible et le nécessaire. 1: L'évolution des possibles chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France. Englische Fassung: *Possibility and Necessity. 1: The Role of Possibility in Cognitive Development*. Minneapolis: University of Minnesota Press 1987.
- Piattelli-Palmarini, Massimo (ed.) (1980), *Language and Learning. The Debate between Jean Piaget and Noam Chomsky*. Cambridge MA: Harvard University Press.
- Platon (Men.), „Menon“. In: Gunther Eigler (ed.), *Platon. Werke in acht Bänden; griechisch und deutsch*. Bd. 2. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1973 (S. 504–599): 70a–100c (= die übliche Stephanus-Paginierung).
- Platon (Tht.), *Theätet; Griechisch und deutsch*. Deutsch von E. Martens. Stuttgart: Reclam 1981 (zitiert nach der üblichen Stephanus-Paginierung).
- Prawat, Richard S. (1999), „Dewey, Peirce, and the Learning Paradox“. *American Educational Research Journal* 36, 1: 47–76.
- Raeithel, Arne (1998), *Selbstorganisation, Kooperation, Zeichenprozess. Arbeiten zu einer kulturwissenschaftlichen, anwendungsbezogenen Psychologie*. Opladen und Wiesbaden: Westdeutscher Verlag.
- Roberts, Don D. (1973), *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. Den Haag und Paris: Mouton.
- Schmauks, Dagmar und Winfried Nöth (eds.) (1998), „Landkarten als synoptisches Medium“. *Zeitschrift für Semiotik* 20: 1–132.
- Schönrich, Gerhard (1990), *Zeichenhandeln. Untersuchungen zum Begriff einer semiotischen Vernunft im Ausgang von Ch. S. Peirce*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp.
- Seeger, Falk (1998), „Representations in the Mathematical Classroom: Reflections and Constructions“. In: F. Seeger, Jörg Voigt und Ute Waschescio (eds.), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge u.a.: Cambridge University Press: 308–343.
- Seeger, Falk, Jörg Voigt und Ute Waschescio (eds.) (1998), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge u.a.: Cambridge University Press.
- Spitzer, Manfred (1996), *Geist im Netz. Modelle für Lernen, Denken und Handeln*. Heidelberg u.a.: Spektrum.
- Stalker, Douglass (ed.) (1994), *Grue. The New Riddle of Induction*. Chicago und La Salle: Open Court.
- vom Hofe, Rudolf (1995), *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Heidelberg u.a.: Spektrum.

- Warnke, Martin (1998), „Et mundus, hoc est homo'. Von einer sehr alten, nun wieder virtuellen Weltkarte“. *Zeitschrift für Semiotik* 20: 119–132.
- Weimer, Walter B. (1973), „Psycholinguistics and Plato's Paradoxes of the Meno“. *American Psychologist* 28 (January): 15–33.
- Wittgenstein, Ludwig (1969), „Über Gewißheit“. In: *Bemerkungen über die Farben. Über Gewißheit. Zettel. Vermischte Bemerkungen*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1989.
- Wood, Denis (1992), *The Power of Maps*. New York und London: The Guilford Press.

Dr. Michael Hoffmann
IDM, Universität Bielefeld
Postfach 100131
D-33501 Bielefeld
E-Mail: michael.hoffmann@uni-bielefeld.de